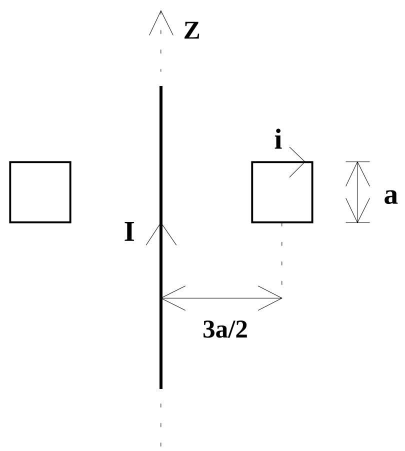
-EXERCICE 28.3-

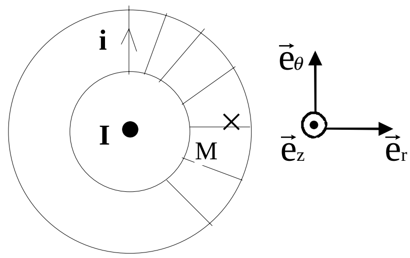
• ENONCE :

« Pince ampèremétrique »

Les ampèremètres usuels ne supportent pas les fortes intensités (en général : $I_{\max}$ = 10A). Pour mesurer des intensités supérieures, on utilise une pince ampèremétrique, dont voici le principe : un fil rectiligne illimité d'axe Oz est parcouru par un courant : $I(t) = I_{\max}\cos\omega t$ (c'est le courant à mesurer) ; on l'entoure d'un bobinage constitué d'un tore de section carrée de côté a et de rayon moyen 3a/2, sur lequel sont régulièrement enroulées un grand nombre de spires N.

Ce bobinage est fermé sur un ampèremètre, le circuit ainsi réalisé a une résistance totale R et est parcouru, par induction, par un courant sinusoïdal : $i(t) = i_{\max}\cos(\omega t + \varphi)$.





On demande de calculer le rapport : $\dfrac{i_{\max}}{I_{\max}}$ (on pourra négliger R devant $\mu_0 \omega a N^2$).

• CORRIGE :

« Pince ampèremétrique »

• Calculons d'abord la f.e.m induite par I(t) ; il nous faut le champ créé par ce courant :

Le plan $(\vec{e}_r, \vec{e}_z)$ passant par le point M est plan de symétrie des courants $\Rightarrow$ le champ lui est perpendiculaire et est donc orthoradial.

Il y a invariance par rotation autour de Oz $\Rightarrow$ le champ ne dépend pas de $\theta \Rightarrow \vec{B} = B(r,z,t)\vec{e}_\theta$.

Appliquons le théorème d'Ampère où le contour est un cercle de rayon r, d'axe Oz :

$$\oint_{cercle} \vec{B}\cdot d\vec{l} = 2\pi r B = \mu_0 i_e = \mu_0(Ni+I) \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0(Ni+I)}{2\pi r}\vec{e}_\theta$$

(le contour, orienté selon $+\vec{e}_\theta$, est tel que la normale à sa surface est orienté selon $+\vec{e}_z$, donc les courants enlacés sont tous comptés positivement).

Rq : on constate qu'à l'intérieur des spires ($-a/2 \le z \le +a/2$), le champ ne dépend pas de z, ce qui n'était pas évident à priori.

Il faut maintenant calculer le flux ; comme le champ ne dépend que de r, choisissons un élément d'intégration : $d\vec{S} = adr\vec{e}_\theta$ (« bandelette » verticale de largeur dr, de hauteur a), alors :

$$\varphi_{1spire} = \iint_{spire} \frac{\mu_0}{2\pi r}(Ni+I)\vec{e}_\theta \cdot adr\vec{e}_\theta = \frac{\mu_0}{2\pi}(Ni+I)a\int_a^{2a}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0}{2\pi}(Ni+I)aLn2 \Rightarrow \varphi_{Nspires} = \frac{N\mu_0}{2\pi}(Ni+I)aLn2$$

La f.e.m s'écrit donc : $e = -\frac{N\mu_0}{2\pi}aLn2(N\frac{di}{dt}+\frac{dI}{dt}) = Ri$

Les courants étant harmoniques, il est judicieux de passer en complexes :

$$R\underline{i} = -\frac{\mu_0}{2\pi}NaLn2\, j\omega(N\underline{i}+\underline{I}) \Rightarrow \underline{i}(R+j\omega\frac{\mu_0}{2\pi}N^2aLn2) = -\frac{\mu_0}{2\pi}NaLn2\, j\omega\underline{I} \Rightarrow \frac{\underline{i}}{\underline{I}} = \frac{-j\omega\frac{\mu_0}{2\pi}NaLn2}{(R+j\omega\frac{\mu_0}{2\pi}N^2aLn2)}$$

L'indication de l'énoncé permet d'écrire : $\boxed{\left|\frac{\underline{i}}{\underline{I}}\right| \simeq \frac{1}{N}}$

Rq : le résultat (que l'on retrouve dans les transformateurs de courant) est particulièrement simple et montre qu'avec $\mathrm{N} = 10^4$ (valeur typique), on peut mesurer de fortes intensités avec des ampèremètres de faible calibre.

